

ANALISA PERSOALAN PEMBEBANAN PADA BATANG DENGAN METODA ELEMEN HINGGA MENGGUNAKAN MS-EXCEL DAN ANSYS

Abdul Haris Nasution

Dosen Fakultas Teknik Jurusan Teknik Mesin UISU Medan

Jl. Karya Bhakti No. 34 Medan

e-mail: aharisnst@gmail.com

ABSTRAK

Metoda Elemen Hingga (Finite Element Method) merupakan ilmu yang banyak dipergunakan untuk memecahkan berbagai persoalan, antara lain untuk menghitung: kekuatan Struktur, pindahan panas, aliran fluida, dll. Seiring dengan kemajuan dan perkembangan metoda ini, para pakar telah menciptakan beberapa software yang dapat mempermudah para pemakai untuk menyelesaikan persoalan yang berkaitan dengan metoda elemen hingga. Adapun software-software yang sudah beredar dipasaran, antara lain: Nastran, Katia, Ansys. Dalam tulisan ini akan ditunjukkan analisa persoalan pembebanan pada batang dengan metoda elemen hingga menggunakan MS-Excel dan dengan menggunakan software ansys.

Kata Kunci : Metoda Elemen Hingga, MS-Excel, ANSYS, Batang Terhubung

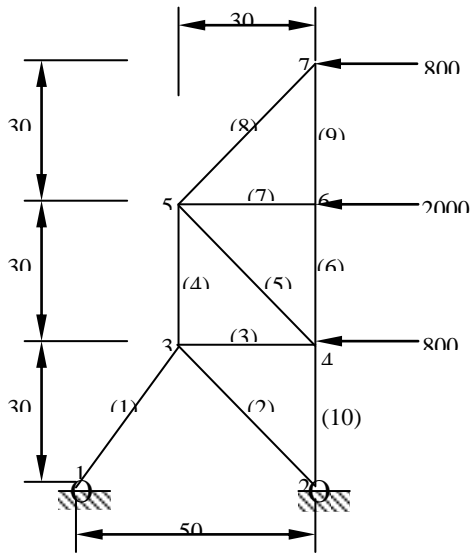
PENDAHULUAN

Dalam ilmu teknik pembebanan pada batang acap kali kita hadapi dengan variasi yang sangat banyak, umpamanya pembebanan pada struktur mesin, komponen-komponen mesin seperti poros, roda gigi, kopling, dan lain-lain. Adapun cara-cara yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan tersebut antara lain dengan menggunakan pengukuran langsung, menghitung dengan menggunakan rumus-rumus mekanika teknik, dengan eksperimen, dengan simulasi komputer, dan lain-lain. Penyelesaian persoalan dengan pengukuran langsung tidak selamanya efektif, apalagi jika berhadapan dengan sruktur yang rangkaiannya rumit dan bebannya sangat besar, begitu juga

dengan eksperimen dimana membutuhkan dana dan waktu yang banyak. Pada tulisan ini akan dipaparkan cara penyelesaian persoalan pembebanan pada batang dengan menggunakan sebuah contoh sederhana. Adapun hal yang ingin ditunjukkan penulis adalah bahwa penyelesaian persoalan pembebanan pada batang dengan metoda elemen hingga menggunakan Software *MS.Excel* dan Software *ANSYS* akan mendapatkan hasil yang sama, karena software *ANSYS* tersebut dibuat oleh para pakar dengan menggunakan prinsip-prinsip Metoda Elemen Hingga.

Permasalahan

Adapun permasalahan yang dipaparkan pada tulisan ini adalah sbb: Sepuluh batang dirangkai seperti pada Gambar 1. Batang terhubung tersebut terbuat dari baja, $E = 20 \times 10^6 \text{ N / cm}^2$. Luas penampang masing-masing batang 3 cm^2 , kecuali pada batang 1 dan 8 = 4 cm^2 . Pada *node* 4 dan 7 diberikan gaya sebesar 800 N sementara pada *node* 6 diberi gaya sebesar 2000 N. Semua dimensi panjang adalah dalam cm. dimana perpindahan (*displacement*) pada setiap *node* akan dihitung dengan Metode Elemen Hingga menggunakan Software *MS-Excel* dan dibandingkan dengan penyelesaian menggunakan software *Ansys*.



Gambar 1. Sepuluh batang terhubung dengan pembebanan pada node 4, 6 dan 7

Dari gambar di atas didapat:

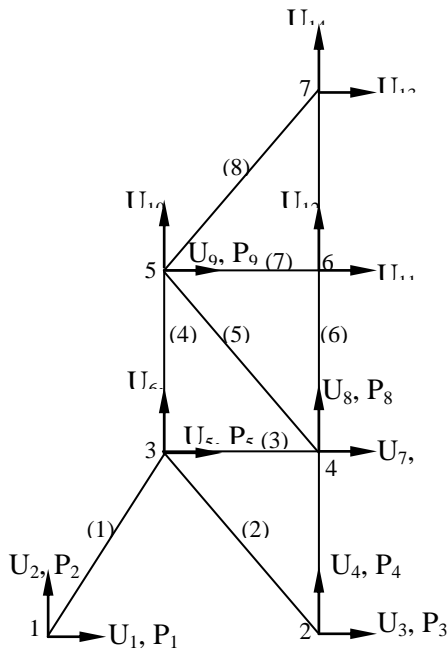
Tabel 1. Perhitungan sudut pada masing-masing batang

Batang	i - j	A (cm ²)	L	Cos θ	Sin θ	θ	AE
1	1 - 3	4	360.56	0.5547	0.8321	56.31	80000000
2	2 - 3	3	424.26	-0.7071	0.7071	135	60000000
3	3 - 4	3	300.00	1.0000	0.0000	0	60000000
4	3 - 5	3	300.00	0.0000	1.0000	90	60000000
5	4 - 5	3	424.26	-0.7071	0.7071	135	60000000
6	4 - 6	3	300.00	0.0000	1.0000	90	60000000
7	5 - 6	3	300.00	1.0000	0.0000	0	60000000
8	5 - 7	4	424.26	0.7071	0.7071	45	80000000
9	6 - 7	3	300.00	0.0000	1.0000	90	60000000
10	2 - 4	3	300.00	0.0000	1.0000	90	60000000

Untuk mendapatkan matrik *stiffness* pada masing – masing batang diunakan persamaan sebagai berikut:

PENYELESAIAN DENGAN MS-EXCEL

Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut dengan *MS-Excel*, dilakukan pembagian gaya (P) dan perpindahan (U) pada masing-masing node, kemudian pada masing-masing batang tersebut dilakukan perhitungan sebagai berikut:



Gambar 2. Perpindahan Nodal dan Pembagian Gaya

$$[k] = \begin{bmatrix} (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L \\ (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L \\ (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L \\ (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L \\ (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L \\ (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L \\ (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L \\ (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L \\ (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\cos^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L \\ (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L & (AE\cos\theta\sin\theta)/L & (AE\sin^2\theta)/L \end{bmatrix}$$

Maka didapat matrik *stiffness* untuk masing masing batang sbb:

$$[k_1] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 68270 & 102406 & -68270 & -102406 \\ 102406 & 153609 & -102406 & -153609 \\ -68270 & -102406 & 68270 & 102406 \\ -102406 & -153609 & 102406 & 153609 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$[k_2] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 70710 & -70710 & -70710 & 70710 \\ -70710 & 70710 & 70710 & -70710 \\ -70710 & 70710 & 70710 & -70710 \\ 70710 & -70710 & -70710 & 70710 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$[k_3] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 200000 & 0 & -200000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -200000 & 0 & 200000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$[k_4] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 5 & 6 & 9 & 10 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0.00 & 0 & 0 \\ 0 & 200000 & 0 & -200000 \\ 0 & 0.00 & 0 & 0 \\ 0 & -200000 & 0 & 200000 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$[k_5] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 7 & 8 & 9 & 10 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 70710 & -70710 & -70710 & 70710 \\ -70710 & 70710 & 70710 & -70710 \\ -70710 & 70710 & 70710 & -70710 \\ 70710 & -70710 & -70710 & 70710 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$[k_6] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 7 & 8 & 11 & 12 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 11 \\ 12 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 200000 & 0 & -200000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -200000 & 0 & 200000 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$[k_7] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 9 & 10 & 11 & 12 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 200000 & 0 & -200000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -200000 & 0 & 200000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$[k_8] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 9 & 10 & 13 & 14 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 9 \\ 10 \\ 13 \\ 14 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 94280 & 94280 & -94280 & -94280 \\ 94280 & 94280 & -94280 & -94280 \\ -94280 & -94280 & 94280 & 94280 \\ -94280 & -94280 & 94280 & 94280 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$[k_9] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 11 & 12 & 13 & 14 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 200000 & 0 & -200000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -200000 & 0 & 200000 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$[k_{10}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 7 \\ 8 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 200000 & 0 & -200000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -200000 & 0 & 200000 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Karena Tidak ada perubahan temperatur pada sistim maka :

$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6 = F_7 = F_8 = F_9 = F_{10} = F_{11} = F_{12} = F_{13} = F_{14} = 0$$

Matrik gaya

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2000 \\ 0 \\ -800 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 68271 & 102406 & 0 & 0 & -68271 & -102406 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 102406 & 153609 & 0 & 0 & -102406 & -153609 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 70711 & -70711 & -70711 & 70711 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -70711 & 270711 & 70711 & -70711 & 0 & -200000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -68271 & -102406 & -70711 & 70711 & 338981 & 31696 & -200000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -102406 & -153609 & 70711 & -70711 & 31696 & 424320 & 0 & 0 & 0 & -200000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -200000 & 0 & 270711 & -70711 & -70711 & 70711 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -200000 & 0 & 0 & -70711 & 470711 & 70711 & -70711 & 0 & -200000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -70711 & 70711 & 364992 & 23570 & -200000 & 0 & -94281 & -94281 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -200000 & 70711 & -70711 & 23570 & 364992 & 0 & 0 & -94281 & -94281 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -200000 & 0 & 200000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -200000 & 0 & 0 & 0 & 400000 & 0 & -200000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -94281 & -94281 & 0 & 0 & 94281 & 94281 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -94281 & -94281 & 0 & -200000 & 94281 & 294281 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \end{matrix}$$

Karena $U_1 = U_2 = U_3 = U_4 = 0$; maka Matrik [K] menjadi

$$[K] = \begin{bmatrix} 338981 & 31696 & -200000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 31696 & 424320 & 0 & 0 & 0 & -200000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -200000 & 0 & 270711 & -70711 & -70711 & 70711 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -70711 & 470711 & 70711 & -70711 & 0 & -200000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -70711 & 70711 & 364992 & 23570 & -200000 & 0 & -94281 & -94281 \\ 0 & -200000 & 70711 & -70711 & 23570 & 364992 & 0 & 0 & -94281 & -94281 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -200000 & 0 & 200000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -200000 & 0 & 0 & 0 & 400000 & 0 & -200000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -94281 & -94281 & 0 & 0 & 94281 & 94281 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -94281 & -94281 & 0 & -200000 & 94281 & 294281 \end{bmatrix}$$

$$[K]\{U\}=\{P\}$$

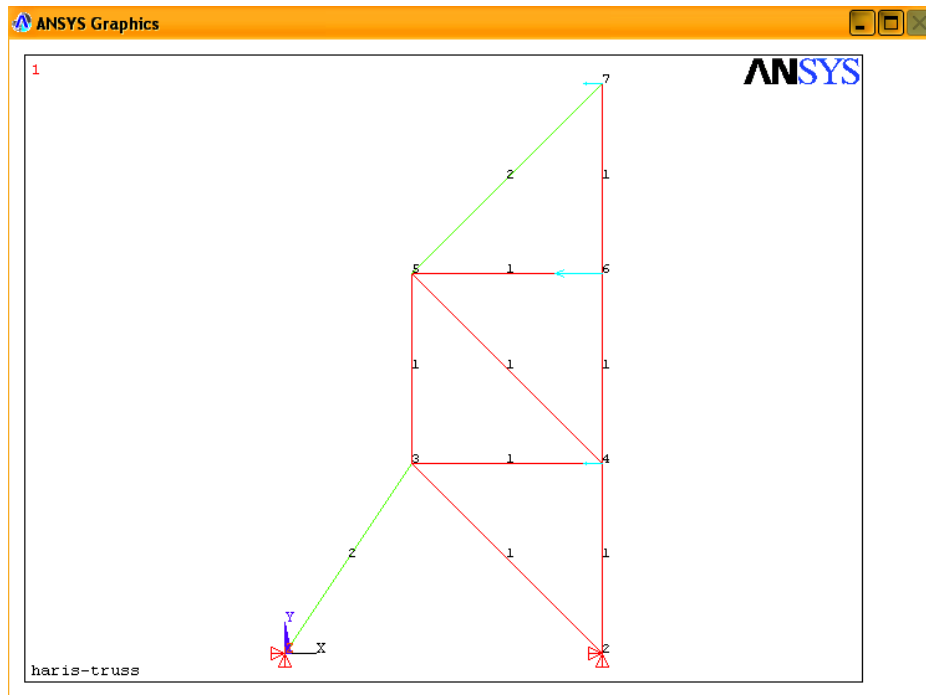
$$\begin{pmatrix} 338981 & 31696 & -200000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 31696 & 424320 & 0 & 0 & 0 & -200000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -200000 & 0 & 270711 & -70711 & -70711 & 70711 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -70711 & 470711 & 70711 & -70711 & 0 & -200000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -70711 & 70711 & 364992 & 23570 & -200000 & 0 & -94281 & -94281 \\ 0 & -200000 & 70711 & -70711 & 23570 & 364992 & 0 & 0 & -94281 & -94281 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -200000 & 0 & 200000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -200000 & 0 & 0 & 0 & 400000 & 0 & -200000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -94281 & -94281 & 0 & 0 & 94281 & 94281 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -94281 & -94281 & 0 & -200000 & 94281 & 294281 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \\ U_9 \\ U_{10} \\ U_{11} \\ U_{12} \\ U_{13} \\ U_{14} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2000 \\ 0 \\ -800 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$[K]^{-1}\{P\}=\{U\}$$

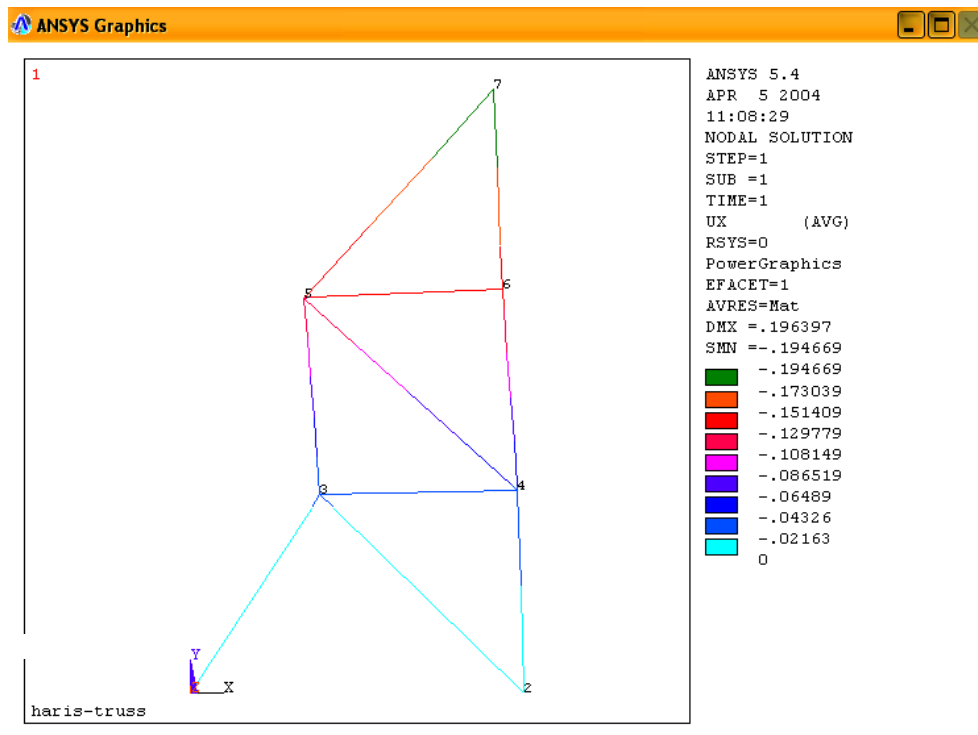
$$\begin{pmatrix} 7.43E-06 & -1.05E-06 & 7.43E-06 & 1.83E-21 & 6.38E-06 & -1.05E-06 & 6.38E-06 & 3.05E-21 & 5.33E-06 & 3.76E-21 \\ -1.05E-06 & 4.61E-06 & -1.05E-06 & 3.64E-21 & 3.56E-06 & 4.61E-06 & 3.56E-06 & 4.53E-21 & 8.16E-06 & 4.97E-21 \\ 7.43E-06 & -1.05E-06 & 1.24E-05 & 3.68E-21 & 1.14E-05 & -1.05E-06 & 1.14E-05 & 5.88E-21 & 1.03E-05 & 7.16E-21 \\ 3.86E-22 & 1.74E-21 & 1.67E-21 & 5.00E-06 & -5.00E-06 & 4.72E-21 & -5.00E-06 & 5.00E-06 & -1.00E-05 & 5.00E-06 \\ 6.38E-06 & 3.56E-06 & 1.14E-05 & -5.00E-06 & 3.91E-05 & 8.56E-06 & 3.91E-05 & -5.00E-06 & 5.26E-05 & -5.00E-06 \\ -1.05E-06 & 4.61E-06 & -1.05E-06 & 8.32E-21 & 8.56E-06 & 9.61E-06 & 8.56E-06 & 1.04E-20 & 1.82E-05 & 1.14E-20 \\ 6.38E-06 & 3.56E-06 & 1.14E-05 & -5.00E-06 & 3.91E-05 & 8.56E-06 & 4.41E-05 & -5.00E-06 & 5.26E-05 & -5.00E-06 \\ 3.60E-22 & 1.72E-21 & 1.92E-21 & 5.00E-06 & -5.00E-06 & 4.78E-21 & -5.00E-06 & 1.00E-05 & -1.50E-05 & 1.00E-05 \\ 5.33E-06 & 8.16E-06 & 1.03E-05 & -1.00E-05 & 5.26E-05 & 1.82E-05 & 5.26E-05 & -1.50E-05 & 1.01E-04 & -2.00E-05 \\ 2.78E-22 & 1.67E-21 & 2.22E-21 & 5.00E-06 & -5.00E-06 & 5.00E-21 & -5.00E-06 & 1.00E-05 & -2.00E-05 & 1.50E-05 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2000 \\ 0 \\ -800 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \\ U_9 \\ U_{10} \\ U_{11} \\ U_{12} \\ U_{13} \\ U_{14} \end{pmatrix}$$

Maka didapat : $U_5 = -0.022983$; $U_6 = -0.012801$; $U_7 = -0.040983$; $U_8 = 0.018000$; $U_9 = -0.129382$; $U_{10} = -0.030801$; $U_{11} = -0.139382$; $U_{12} = 0.022000$; $U_{13} = -0.194669$; $U_{14} = 0.026000$

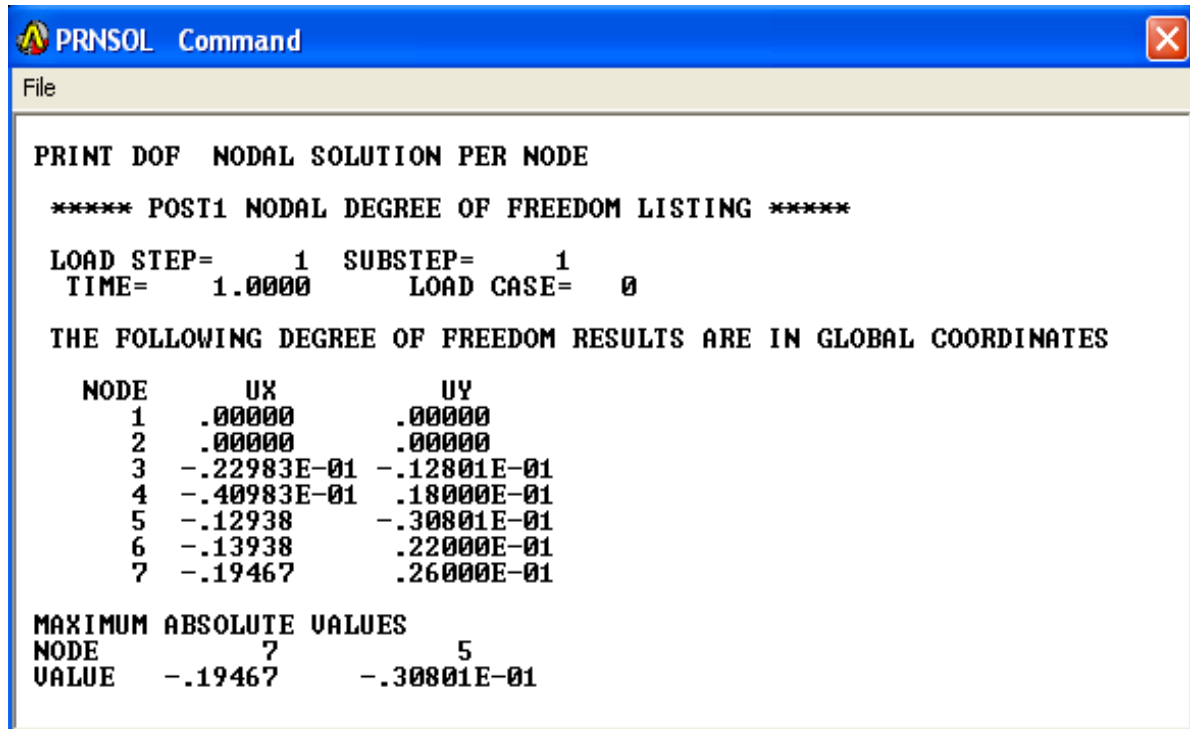
PENYELESAIAN DENGAN SOFTWARE ANSYS



Gambar 3. Model batang dengan pembebanan dan *constrain*



Gambar 4. Perpindahan nodal pada batang



```

PRNSOL Command
File

PRINT DOF NODAL SOLUTION PER NODE

***** POST1 NODAL DEGREE OF FREEDOM LISTING *****

LOAD STEP=      1  SUBSTEP=      1
TIME=      1.0000  LOAD CASE=    0

THE FOLLOWING DEGREE OF FREEDOM RESULTS ARE IN GLOBAL COORDINATES

      NODE          UX          UY
      1          .000000          .000000
      2          .000000          .000000
      3      -.22983E-01      -.12801E-01
      4      -.40983E-01          .18000E-01
      5      -.12938          -.30801E-01
      6      -.13938          .22000E-01
      7      -.19467          .26000E-01

MAXIMUM ABSOLUTE VALUES
NODE              7              5
VALUE      -.19467      -.30801E-01

```

Gambar 5. Hasil analisa perpindahan setiap *nodal per node*

KESIMPULAN

1. Perpindahan *nodal* (U) dengan menggunakan *software Excel* adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= 0.000000 \\
 U_2 &= 0.000000 \\
 U_3 &= 0.000000 \\
 U_4 &= 0.000000 \\
 U_5 &= -0.022983 \\
 U_6 &= -0.012801 \\
 U_7 &= -0.040983 \\
 U_8 &= 0.018000 \\
 U_9 &= -0.129382 \\
 U_{10} &= -0.030801 \\
 U_{11} &= -0.139382 \\
 U_{12} &= 0.022000 \\
 U_{13} &= -0.194669 \\
 U_{14} &= 0.026000
 \end{aligned}$$

2. Jika dibandingkan dengan Perpindahan *nodal* (U) dengan menggunakan *software ANSYS* adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= 0.000000 \\
 U_2 &= 0.000000 \\
 U_3 &= 0.000000 \\
 U_4 &= 0.000000 \\
 U_5 &= -0.022983
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_6 &= -0.012801 \\
 U_7 &= -0.040983 \\
 U_8 &= 0.018000 \\
 U_9 &= -0.129382 \\
 U_{10} &= -0.030801 \\
 U_{11} &= -0.139382 \\
 U_{12} &= 0.022000 \\
 U_{13} &= -0.194669 \\
 U_{14} &= 0.026000
 \end{aligned}$$

3. Hasil yang diperoleh dengan menggunakan *software MS-Excel* dengan hasil yang diperoleh dengan menggunakan *software ANSYS* adalah sama

DAFTAR PUSTAKA

ANSYS Inc. Internet ansysinfo @ ansys com., ANSYS Workbook Release 5.4,

Bustami Syam dan Ahmad Nayan, Modul Kuliah Metoda Elemen Hingga. Aplikasi *MS.Excel* Pada MEH.

Abdul Haris Nasution : Analisa Persoalan Pembebanan pada Batang

Daryl L. Logan, A First Course in The
Finite Element Method, Rose
Holman Institute of Technical.

Saeed Moaveni, Finite Element Analysis
Theory and Application with ANSYS,
1999 Prentice Hall, Upper Saddle
River, New Jersey 07458.

U of A ANSYS Tutorials - Mixed Boundary
Thermal Problem.htm

William B. Bickford (Arizona State
university), A First course in the
Finite Element Method (Second
edition), Richard D. Irwin Inc., 1994.